

# 政府統計の所得集計データからの 相対的貧困率の推定

独立行政法人統計センター  
周藤 純

本研究発表の内容や意見は、発表者個人に属し、独立行政法人統計センターの組織としての公式見解を示すものではありません。

# 発表の構成

---

- 研究の背景と目的
- 方法
- 結果
- まとめ

# 研究の背景と目的

---

# 目的

---

## 目的1

集計データのみから相対的貧困率を推定する誤差の少ない手法を明らかにする

## 目的2

相対的貧困率が公表されていない日本の調査や調査年について、相対的貧困率を推定

# 相対的貧困率について

- 所得格差の指標として、相対的貧困率がある
- 等価可処分所得の分布から算出

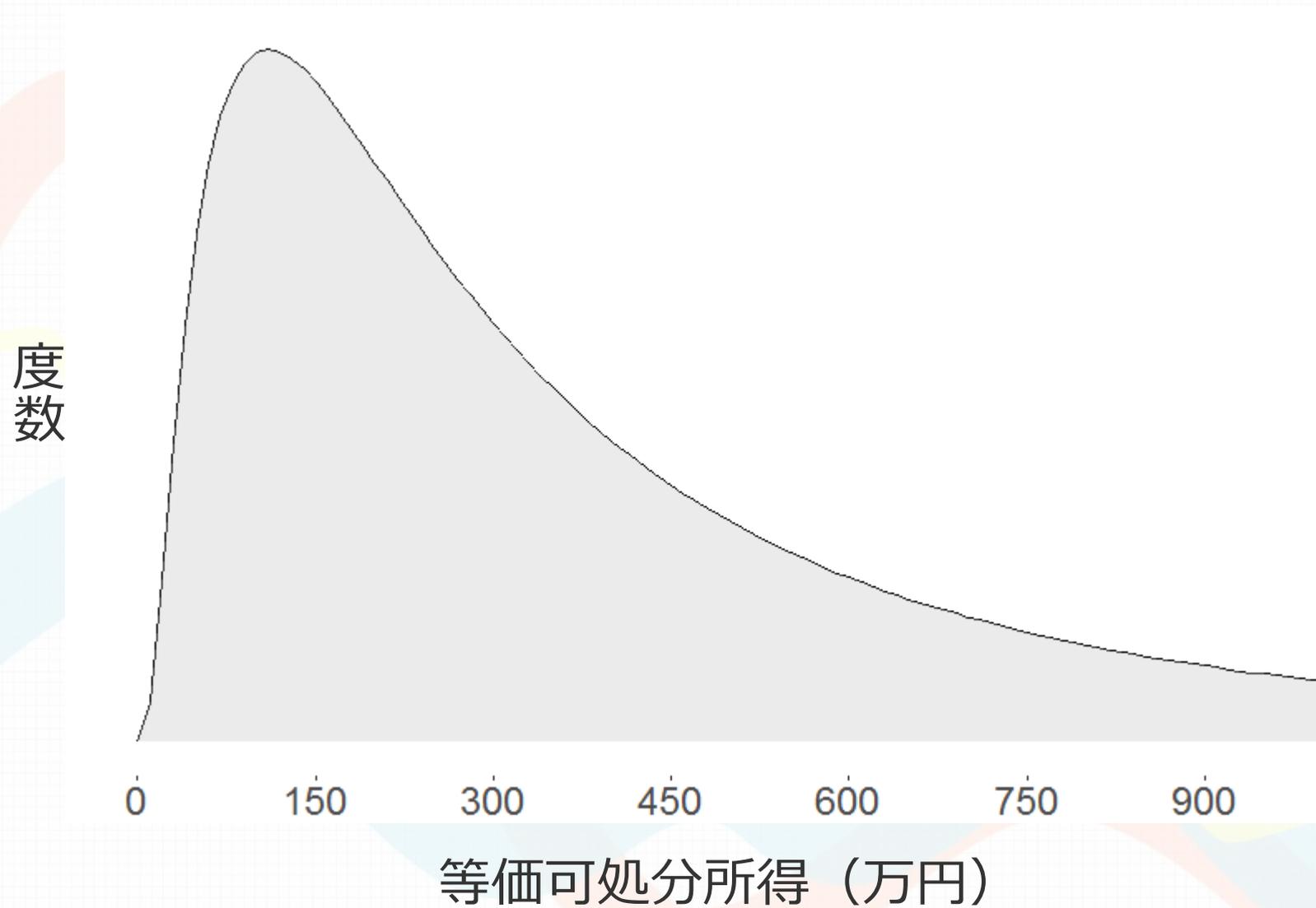
所得 - 税・社会保険料

$$\text{等価可処分所得} = \frac{\text{可処分所得}}{\sqrt{\text{世帯人員}}}$$

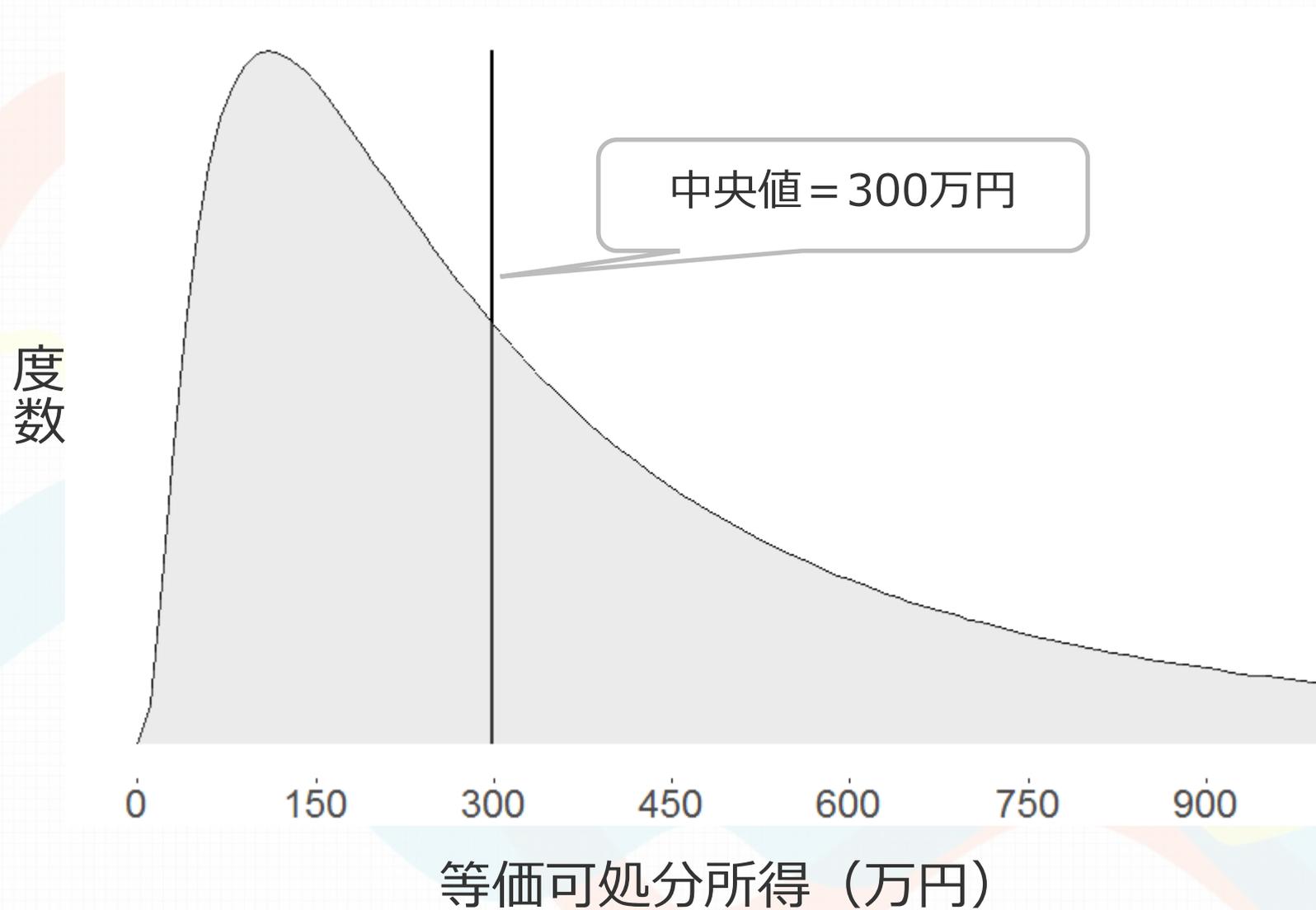
例) 所得500万円、税・社会保険料100万円、世帯人員4人の世帯の世帯員の等価可処分所得は

$$\frac{500\text{万円} - 100\text{万円}}{\sqrt{4}} = 200\text{万円}$$

# 相対的貧困率について



# 相対的貧困率について

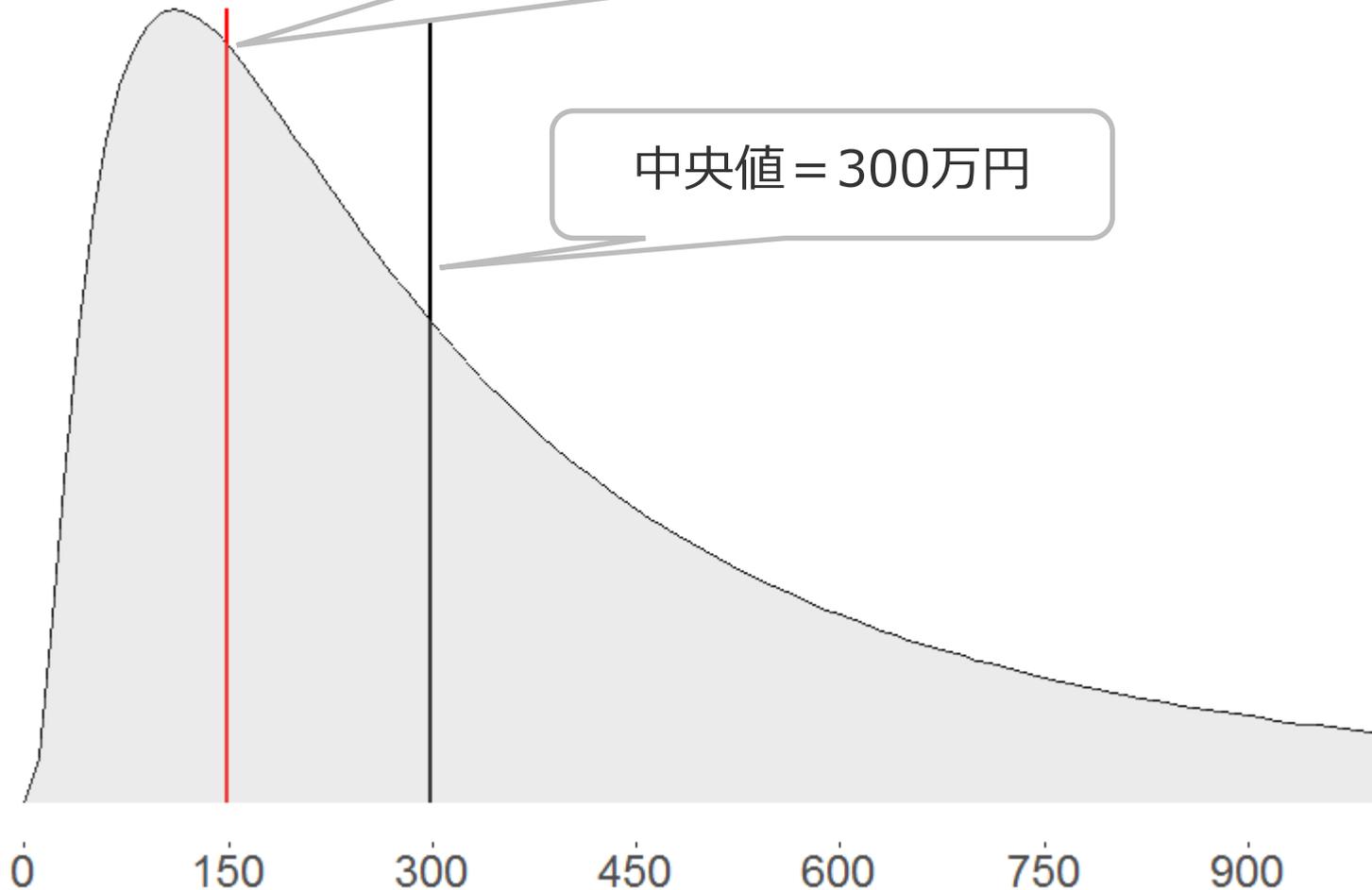


# 相対的貧困率について

貧困線（中央値の半分） = 150万円

中央値 = 300万円

度数



等価可処分所得 (万円)



# 相対的貧困率について

貧困線（中央値の半分） = 150万円

中央値 = 300万円

全体を占める貧困線（150万円）  
以下の割合が相対的貧困率

度数

0 150 300 450 600 750 900

等価可処分所得（万円）

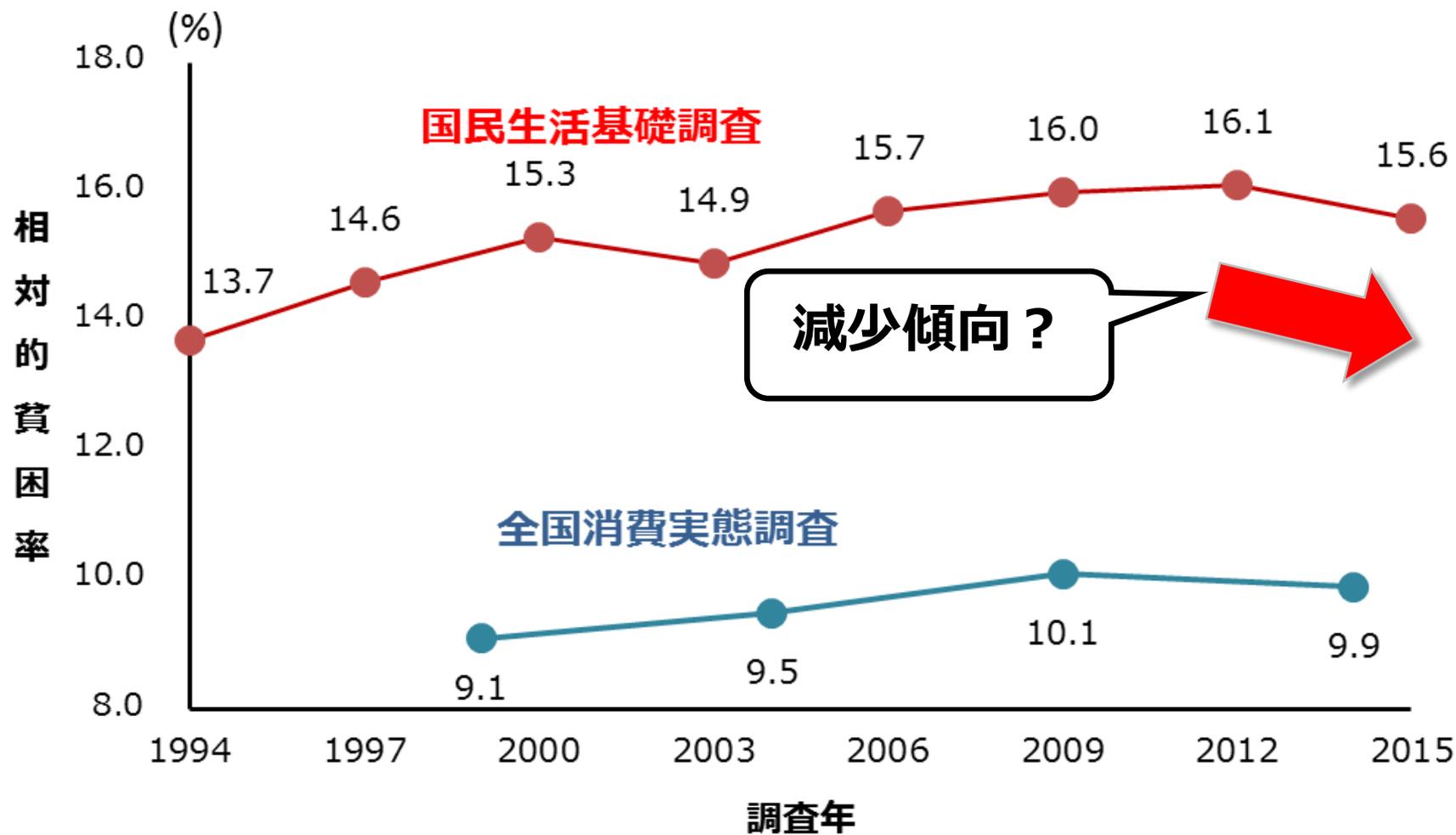
# 国民生活基礎調査2015年の集計データ

可処分所得金額階級	世帯人員					
	1人	2人	3人	4人	5人	6人以上
50万円未満	75	13	-	-	-	-
50～100万円	256	70	25	21	2	2
100～150万円	272	104	30	13	7	2
150～200万円	232	180	45	22	5	-
200～250万円	147	212	81	31	8	3
250～300万円	76	280	70	27	8	5
300～350万円	52	204	69	43	11	4
350～400万円	41	145	66	34	16	4
400～450万円	29	119	77	40	12	4
450～500万円	25	94	63	41	15	4
500～550万円	20	70	73	49	18	3
550～600万円	23	57	77	48	18	3
600～650万円	9	53	61	37	15	7
650～700万円	5	40	48	45	17	6
700～750万円	8	35	38	39	6	9
750～800万円	-	24	35	30	7	6
800～850万円	-	19	28	25	9	4
850～900万円	-	13	25	27	13	2
900～950万円	1	10	16	20	7	5
950～1000万円	-	14	14	20	10	2
1000～1100万円	4	12	22	31	8	8
1100～1200万円	-	13	14	14	19	5
1200～1500万円	-	16	14	22	8	12
1500～2000万円	1	6	10	4	4	3
2000万円以上	-	6	7	3	-	4
不詳	259	399	390	329	125	75

※集計データの値は全体を10000とした世帯数（の割合）

- 相対的貧困率の公表値は **個票データ（マイクロデータ）** から算出されている
- 本研究では、「可処分所得金額階級」×「世帯人員」の **集計データ** から相対的貧困率を推定可能か検討

# 相対的貧困率の公表値



# 研究の背景と目的

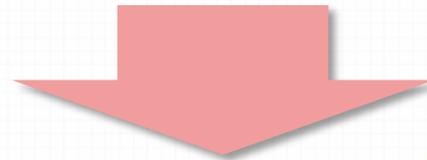
- 国民生活基礎調査は、毎年調査されている
  - 3年に1度 大規模調査
  - それ以外 簡易調査
- 大規模調査の年しか相対的貧困率が公表されていない
  - ➔ 簡易調査の年の相対的貧困率も分かれば、ここ数年で減少傾向か否かが分かるかも
- 吉岡（2011, 2017）は、**最尤法**によって、集計データ（結果表）から所得分布を推定
  - ➔ 本研究では、**最尤法**によって集計データから等価可処分所得の分布を推定し、そこから相対的貧困率を算出

# 方法

The background features a light gray grid. Overlaid on this are several decorative elements: a thick orange wavy line starting high on the left and dipping towards the bottom; a yellow wavy line starting lower, peaking, and then dipping; and a blue wavy line starting at the bottom left and peaking. A solid horizontal red line spans across the middle of the page, positioned just below the '方法' text.

# 研究の流れ

公表値のある調査年（国民生活基礎調査の大規模調査など）について、相対的貧困率を最尤法で推定し、公表値との誤差の小さい手法を探る



誤差が小さいとされた手法で、相対的貧困率が公表されていない調査年（国民生活基礎調査の簡易調査など）の相対的貧困率を推定

# 最尤法のバリエーション

---

- 分布モデル
  - 対数正規分布
  - 第2種一般化ベータ分布
- 混合分布か否か
  - 1つの分布として推定（単一分布）
  - 世帯人員ごとに分布を推定して合成（混合分布）

# 最尤法のバリエーション-分布モデル

- 対数正規分布
  - オソドックスな所得の分布モデル
  - パラメータは2つ( $\mu, \sigma^2$ )

数式

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma x}} \exp\left(-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$



# 最尤法のバリエーション-分布モデル

- 第2種一般化ベータ分布

- McDonald (1984) によって提示
- 吉岡 (2017) で所得分布への適合度が高かった分布
- パラメータが4つあり、さまざまな形をとることが可能

## 数式

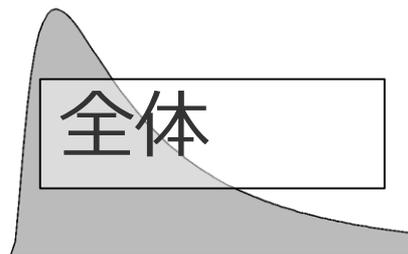
$$f(x) = \frac{ax^{ap-1}}{b^{ap} B(p, q) \left[1 + \left(\frac{x}{b}\right)^a\right]^{p+q}} \quad a > 0, b > 0, p > 0, q > 0$$

なお、ベータ関数 $B(p, q)$ は

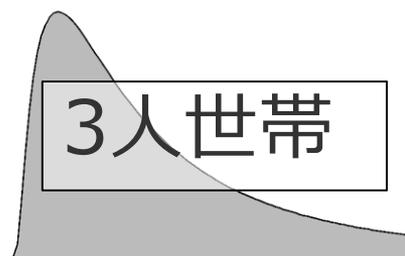
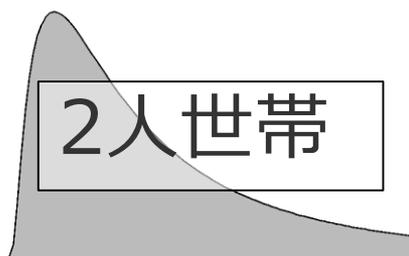
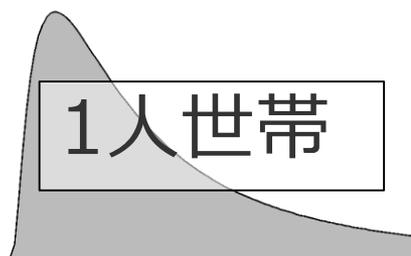
$$B(p, q) = \int_0^1 z^{p-1} (1-z)^{q-1} dz$$

# 最尤法のバリエーション-混合分布か否か

- 1つの分布として推定（単一分布）

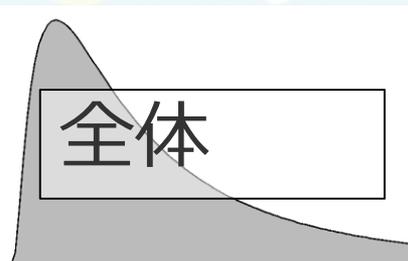


- 世帯人員ごとに分布を推定して合成（混合分布）



...

合成



# 方法-最尤法について

- 最尤法の最適化手法
  - Nelder-Mead法で推定したパラメータを初期値として、BFGS法（準ニュートン法）を実行する多段階最適化を使用
- 最尤法の初期値
  - 対数正規分布
    - $\mu$  = 入力データの自然対数の平均
    - $\sigma^2$  = 入力データの自然対数の分散
  - 第2種一般化ベータ分布
    - $a = 2.0$
    - $b$  = 入力データの中央値
    - $p = 1.0$
    - $q = 1.0$

# 方法-可処分所得階級の代表値

---

- 吉岡（2017）と同一にした
  - 各階級の代表値は階級ごとの中央の値
  - 最低階級の代表値は、その階級の上限の0.5倍
  - 最高階級の代表値は、その階級の下限の1.25倍

# 方法-公表値との誤差の算出方法

- 国民生活基礎調査の相対的貧困率が公表されている7時点（1997～2015年）について、それぞれ最尤法で推定値を算出
- それぞれの時点における誤差率を以下の式で算出

$$\text{誤差率} = \frac{\text{推定値} - \text{公表値}}{\text{公表値}}$$

- 誤差率の標準偏差を以下の式で算出

$$\text{誤差率の標準偏差} = \sqrt{\frac{\sum(\text{誤差率}^2)}{\text{時点数}}}$$

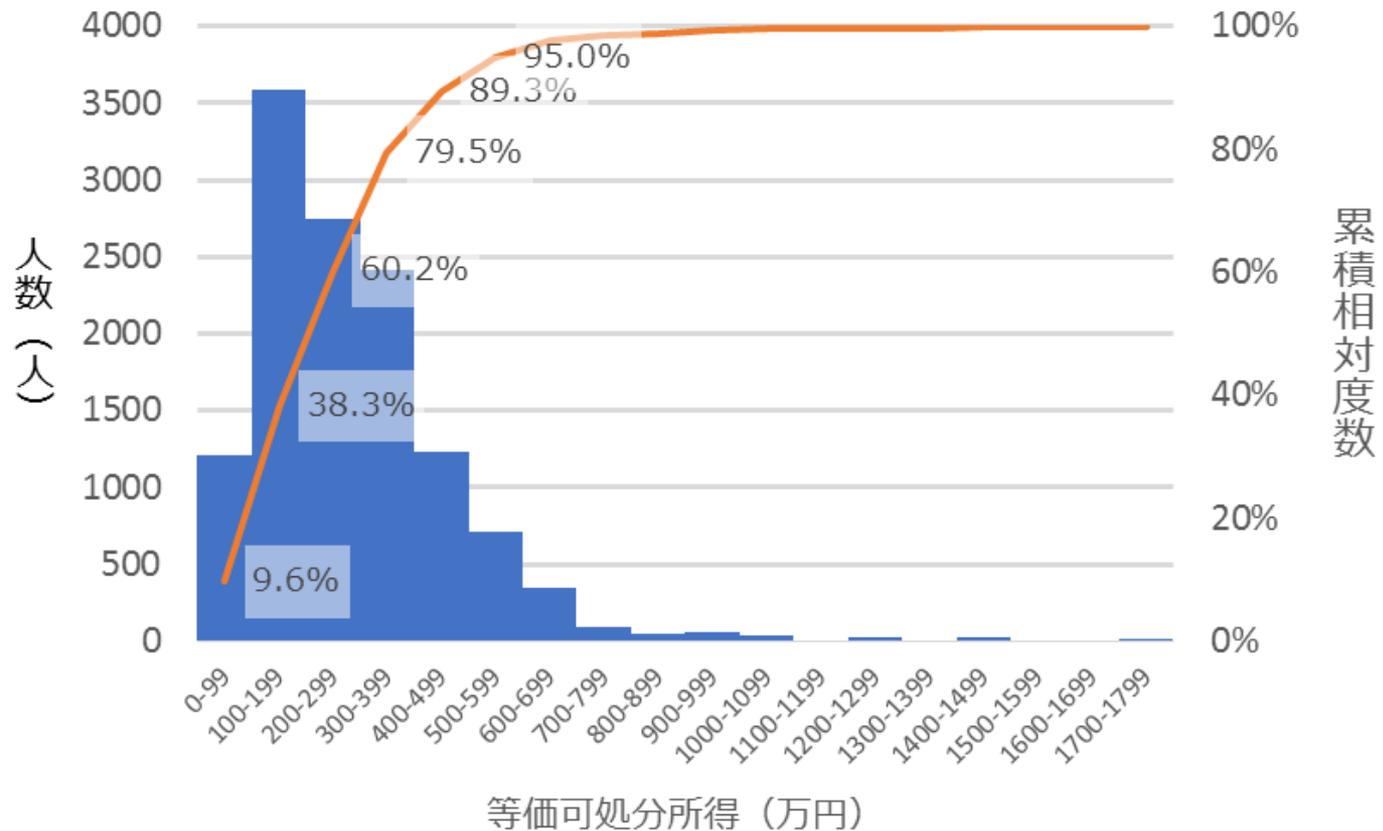
➡ この値が小さいほど、公表値との誤差が小さいと判断



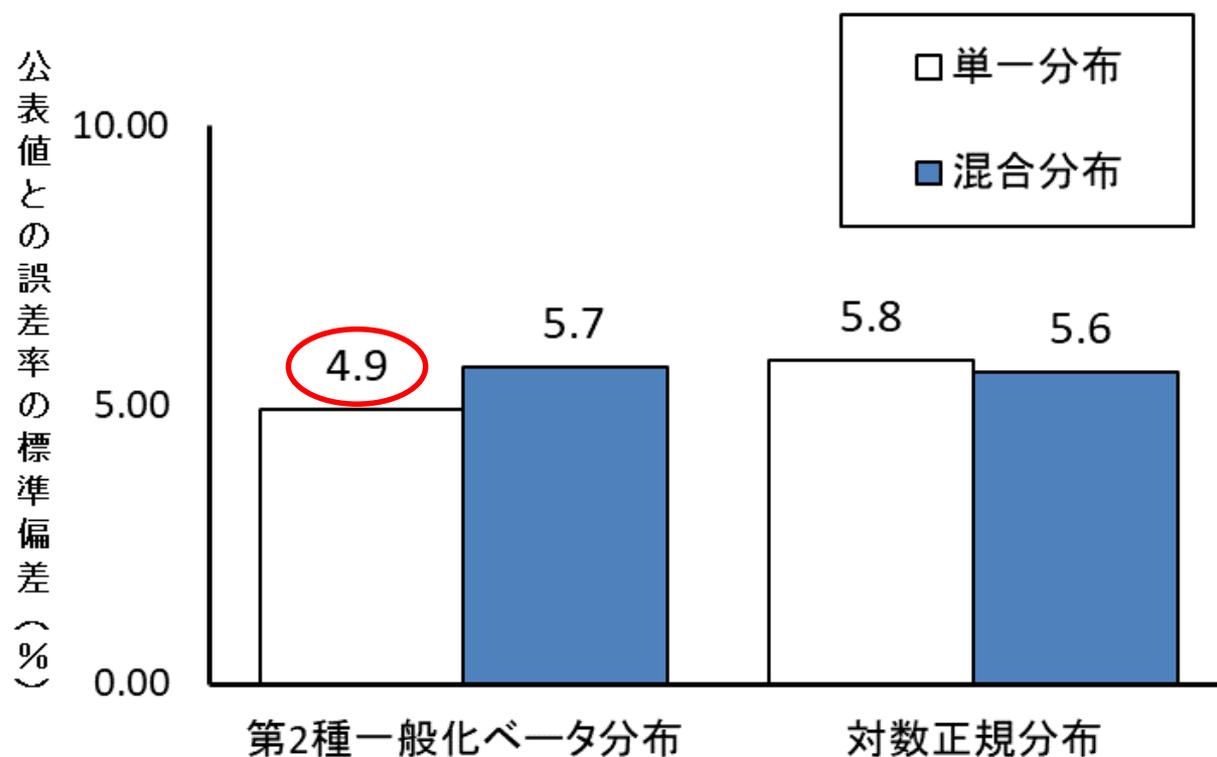
# 結果

# 等価可処分所得のヒストグラム

- 国民生活基礎調査2015年の等価可処分所得のヒストグラム  
– 階級幅を100万円とした場合



# 国民生活基礎調査の可処分所得データを用いた推定

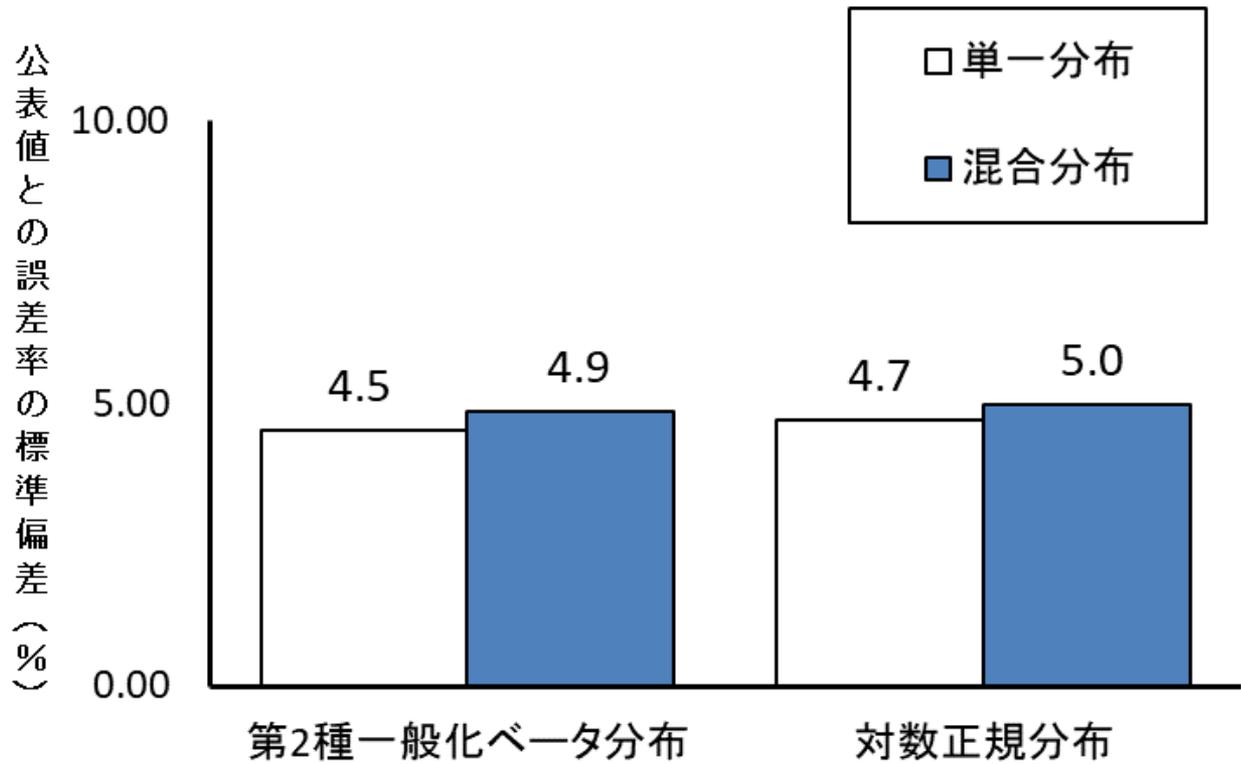


- 「単一分布」×「第2種一般化ベータ分布」が最も誤差が小さかった

➡ この手法で公表値のない相対的貧困率を推定

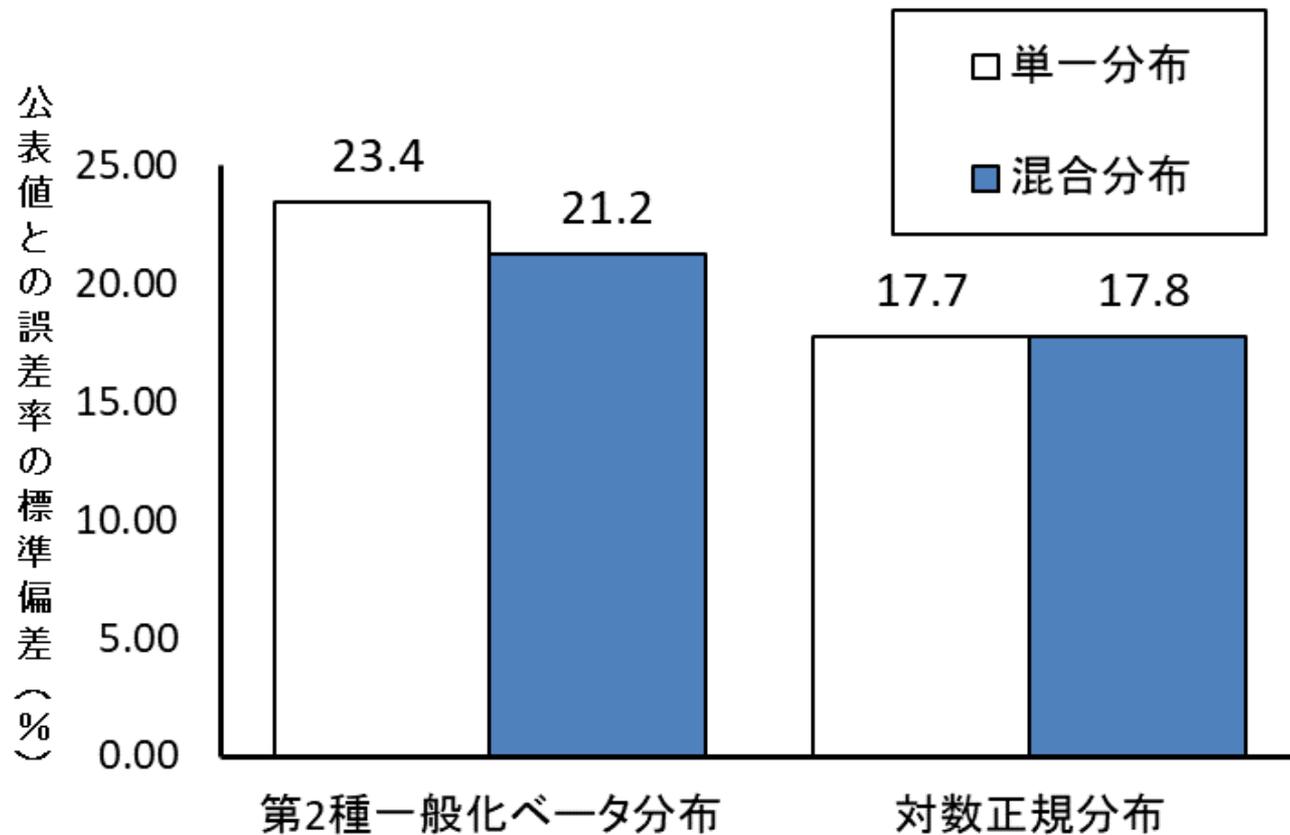


# 国民生活基礎調査の年間所得データを用いた推定



- 可処分所得ではなく年間所得の集計データを用いても、可処分所得と同程度の誤差であった
  - ➔ 日本では、可処分所得ではなく年間所得の集計データを用いても、相対的貧困率が推定可能

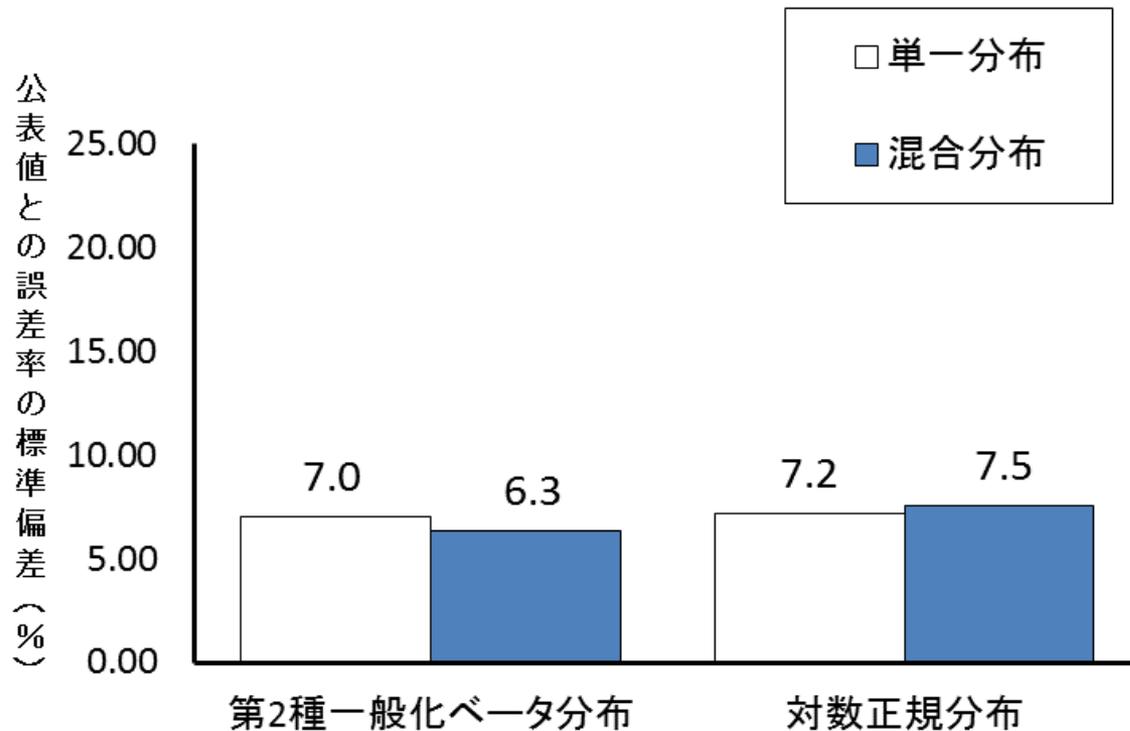
# 全国消費実態調査の年間所得データを用いた推定



- 大きく過大推定

➡ 全国消費実態調査の集計データの階級の幅が大きいことが原因だと思われる

# 全国消費実態調査の年間所得データを用いた推定 (代表値に階級平均を使用)

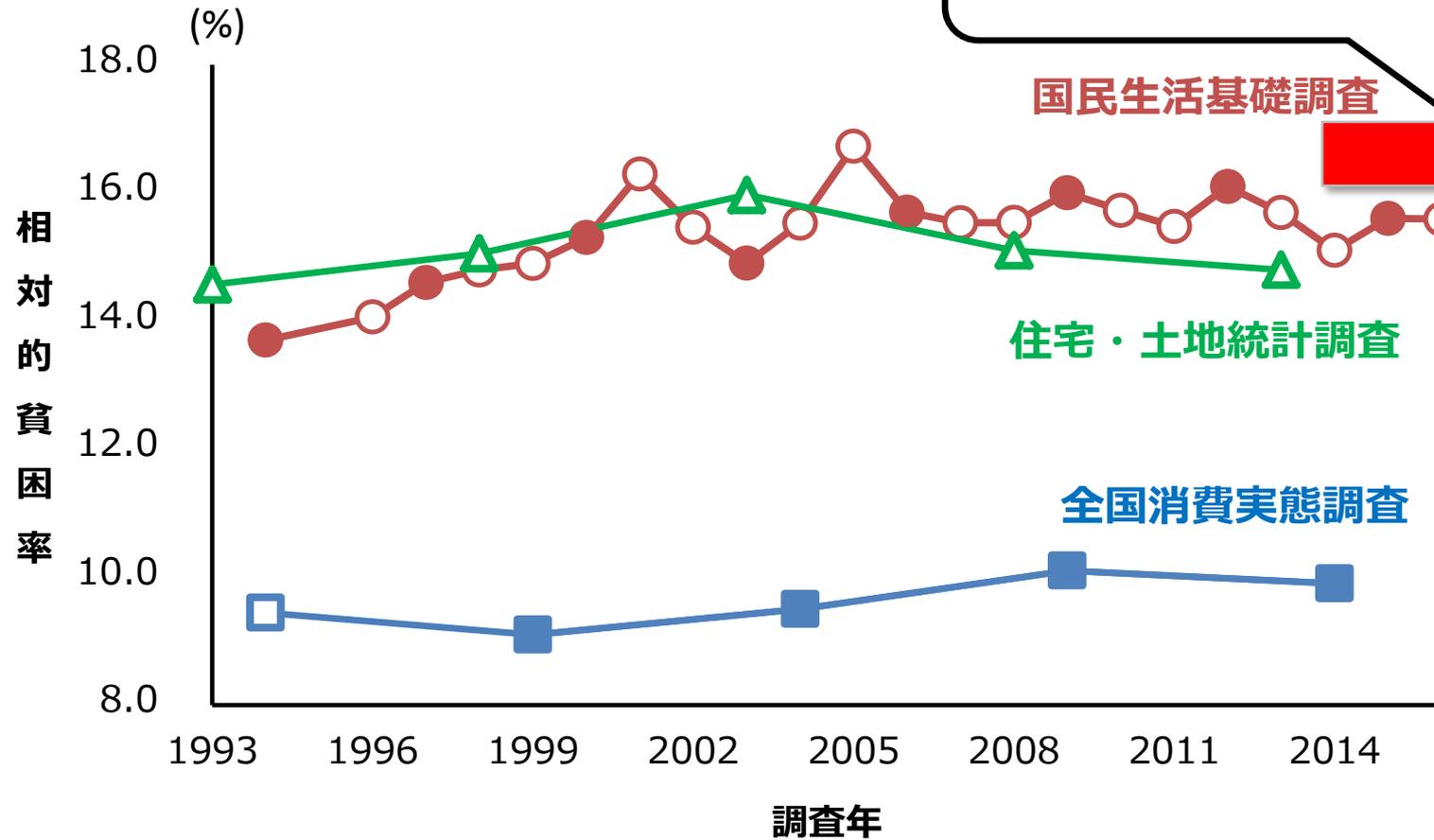


- 比較的小さい誤差で推定された

➡ 集計結果で階級ごとの平均値が公表されている場合は、その平均値を階級の代表値として推定することで、誤差が小さくなることが示唆

# 推定値で補完した相対的貧困率の推移

(推定値をみる限り)  
横ばいの傾向





# まとめ

# まとめ

## 目的1

集計データのみから相対的貧困率を推定する誤差の少ない手法を明らかにする

- 今回検討した中では、「単一分布」×「第2種一般化ベータ分布」が最も誤差が小さい手法
- 公表値との誤差率の標準偏差は4.9%
  - なお、2015年（大規模調査）の相対的貧困率の標準誤差率の公表値は2.1%

# まとめ

---

- 相対的貧困率（等価可処分所得の分布）を集計データから推定した先行研究は見当たらない

→ 等価可処分所得の分布も、所得分布と同様、最尤法で推定可能であることが本研究で示された

# まとめ

## 目的2

相対的貧困率が公表されていない日本の調査や調査年について、相対的貧困率を推定

- ➡ 以下の調査年について相対的貧困率を推定できた
  - 国民生活基礎調査の1996～2016年の簡易調査の調査年
  - 全国消費実態調査の1994年
  - 住宅・土地統計調査の1993～2013年
- ➡ 国民生活基礎調査の相対的貧困率の近年の傾向は、横ばいである可能性が高いことが示唆



# 今後の課題

---

- 本研究では、各階級の中央値を階級の代表値として、仮定する分布の尤度が最大となるパラメータを推定した
  - 一方で、集計データのどの階級に当てはまるかについて多項分布であると考え、その多項分布の尤度が最大となるような分布のパラメータを推定する方法も存在
- ➡ この方法でより誤差の少ない推定が可能か、今後検討

# 今後の課題

---

- 本研究では全国データのみを用いて推定を行ったが、住宅・土地統計調査には都道府県別にも相対的貧困率を推定可能な集計データ（「所得金額階級」×「世帯人員」の度数分布）が存在
  - ➔ 県別データを用いることで、県ごとの相対的貧困率の割合の大小の比較や、その時系列的な推移について分析することも可能

# 参考文献

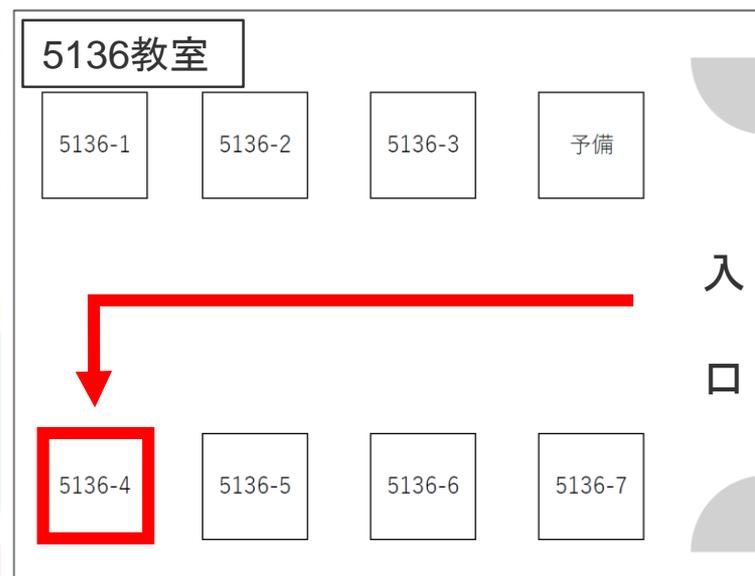
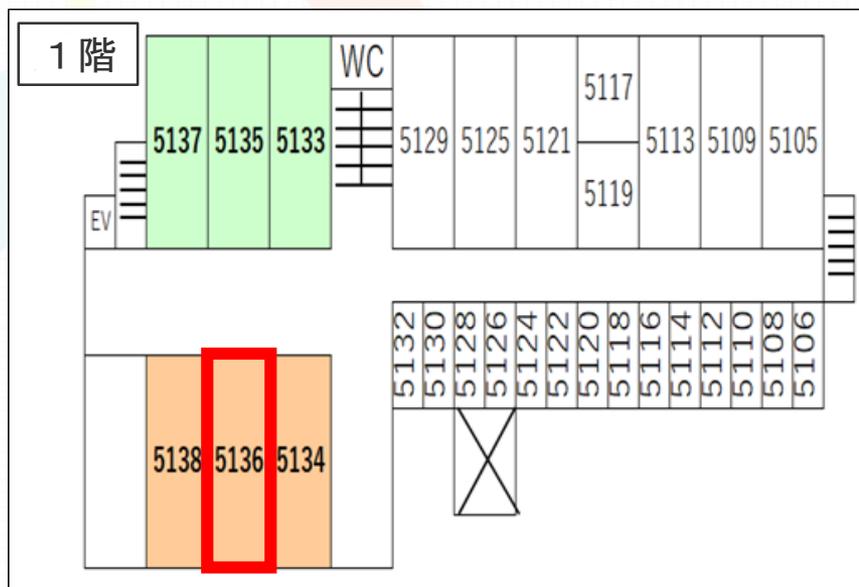
- McDonald, J. B. (1984). Some Generalized Functions for the Size Distribution of Income, *Econometrica*, 52, 647-663.
- 佐伯 親良 (2013). 最近の所得分布関数の推定 『九州大学経済学会 経済学研究』 79 (5・6), 61-78.
- 田辺 和俊・鈴木 孝弘 (2013). 多種類の所得調査を用いた我が国の所得格差の動向の検証 『経済研究』 64 (2), 119-131.
- 内閣府・総務省・厚生労働省 (2015). 『相対的貧困率等に関する調査分析結果について』
- 福井 昭吾 (2011). 所得分布関数のGMM推定 『地域総合研究』 39 (1・2), 31-42.
- 吉岡 慎一 (2011). 第2種一般化ベータ分布の日本の所得分配への適用 『西南学院大学経済学論集』 46 (1・2), 123-138.
- 吉岡 慎一 (2017). 非対称分布モデルと日本の所得分配：中間層の測定 『西南学院大学経済学論集』 51 (3), 59-73.

# 統計データの二次的利用の利用相談ブース

(独)統計センターでは、統計データの二次的利用(匿名データ、オーダーメイド集計、調査票情報のオンサイト利用等)について職員による利用相談(無料)を行っています。

ご関心のある方は、お気軽にお立ち寄りください。

- 日時：9月10日(月)～13日(木) 9時30分～17時30分(13日は16時まで)
- 場所：5号館1階 5136教室 入口左手奥のブース



---

ご清聴ありがとうございました